

## Perbandingan Geostatistik Metode *Kriging* Dan *Co-Kriging* Menggunakan Estimasi *Point Kriging*

Arief Pambudi Nugraha<sup>1</sup>, Andesta Granitio Irwan<sup>1</sup>, Listyawati Nugraha<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Magister Teknik Pertambangan, Fakultas Teknologi Mineral, UPN Veteran Yogyakarta Jl. SWK 104

Lingkar Utara Condongcatur, Yogyakarta Telp. (0274) 486701 Fax. (0274) 486702

Korespondensi : ariefpambudi51@gmail.com

### ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan model variogram dengan *kriging* dan *co-kriging* dengan estimasi *point kriging* dan *point co-kriging* berdasarkan model variogram *linear*, *exponential*, *spherical*, *gaussian* dan pada orientasi *isotropic* dan *anisotropic*. Metode penelitian meliputi analisis *assay* sebanyak 132 data dengan variabel primer (Ur) memiliki 24 data dan variabel sekunder (C) memiliki 126 data. Pengolahan data dilakukan dengan mencari model untuk masing-masing metode pada orientasi *isotropic* dan *anisotropic*. Penentuan model digunakan validasi silang dengan melihat parameter regresi  $R^2$ , SE, dan SE *prediction*. Hasil yang didapat yaitu metode *kriging* didapat model terbaik yaitu *spherical* dan metode *co-kriging* yaitu model *exponensial*. Dari perbandingan kedua metode, orientasi *isotropic* lebih baik dibandingkan *anisotropic* dilihat dari galat (*error*) nya dan hasil metode *co-kriging* memiliki estimasi lebih baik dibandingkan dengan *kriging*.

Kata kunci: geostatistik, model variogram, *kriging*, point estimate, *co-kriging* (10 pt)

### ABSTRACT

*This study aims to determine a variogram model with kriging and co-kriging with point kriging and point co-kriging based on linear, exponential, spherical, gaussian variogram models and isotropic and anisotropic orientations. The research method included assay analysis of 132 data with the primary variable (Ur) having 24 data and the secondary variable (C) with 126 data. Data processing is done by looking for models for each method in isotropic and anisotropic orientations. Determination of the model used cross validation by looking at the regression parameters  $R^2$ , SE, and SE prediction. The results obtained are the kriging method, the best model is the spherical and the co-kriging method is the exponential model. From the comparison of the two methods, the isotropic orientation is better than anisotropic in terms of error and the results of the co-kriging method are better than that of kriging.*

*Keyword : geostatistics, variogram model, kriging, point estimate, co-kriging*

## 1. PENDAHULUAN

Penaksiran sumberdaya bijih memakai metode geostatistik memiliki peranan penting untuk menentukan jumlah sumberdaya, distribusi kadar bijih, perkiraan bentuk 3D, penentuan batas tambang, dan perkiraan umur tambang [3]. Metode estimasi sumberdaya menggunakan geostatistik dianggap lebih baik dibandingkan dengan metode konvensional karena memakai konsep korelasi spasial antar data [1], artinya selain dipengaruhi oleh jarak antar titik sampel juga mempertimbangkan hubungan spasial antar titik-titik sampel dalam ruang [7]. Korelasi spasial antar data dinyatakan dalam variogram. Oleh karena itu pemilihan model variogram dan arah orientasi model menjadi penting untuk menentukan jarak pencarian sampel untuk penaksiran titik atau blok yang tidak memiliki data [8, 9].

Tujuan dari penelitian ini adalah menentukan permodelan variogram dengan metode *co-kriging* dengan estimasi *point kriging* pada masing-masing variabel (primer, sekunder, serta variasi silang) menggunakan simulasi model variogram *linear*, *exponential*, *spherical*, *gaussian* dengan arah orientasi *isotropic* dan *anisotropic*.

## 2. METODE PENELITIAN

Adapun metode penelitian adalah menggunakan data eksplorasi dari lapangan pada Software GS+ dimana data variabel yang digunakan yaitu Ur (variabel primer) dan C (variabel sekunder), pengolahan data dilakukan pada masing-masing variabel dengan menggunakan model variogram dan arah yang berbeda, kemudian simulasi model dan orientasi variogram memakai metode estimasi point *co-kriging*.

Data yang digunakan adalah berjumlah 132 dengan data variabel primer berjumlah 24 data dan variabel sekunder berjumlah 126. Pada metode *kriging* hanya digunakan data variabel primer dan *co-kriging* menggunakan dua variabel (primer dan sekunder) dimana validasi dilakukan pada data cross variate. Berdasarkan jumlah data yang digunakan, maka dapat diketahui bahwa variabel sekunder memiliki data yang

lebih banyak daripada variabel primer, sehingga hal ini sangat menguntungkan dalam menggunakan co-kriging karena akan menghasilkan taksiran yang baik dengan variasi kesalahan yang minimal [11].

Model variogram ada berbagai macam, di antaranya adalah model linear, exponential, spherical, dan Gaussian [4, 8]. Adapun bentuk tiap model tersebut sebagai berikut: Model Linear, rumus [6]:

$$\gamma(h) = \frac{a^2 h}{2} \quad (1)$$

2 : konstanta,

$h$  : jarak.

Model *linear* merupakan model yang paling sederhana. Model *Spherical*, rumus [6]:

$$\gamma(h; \theta) = \begin{cases} 0, & |h| = 0 \\ c_0 + c_s \left\{ (3/2)(|h|/a_s) - (1/2)(|h|/a_s)^3 \right\}, & 0 < |h| < a_s \\ c_0 + c_s, & |h| > a_s \end{cases} \quad (2)$$

Merupakan model yang paling umum dipakai.

Model *Gaussian*, rumus [6]:

$$\gamma(h; \theta) = \begin{cases} 0 & h = 0 \\ c_g \left[ 1 - \exp\left(-\frac{h^2}{a_g^2}\right) \right], & h \neq 0 \end{cases} \quad (3)$$

Model ini menggambarkan fenomena yang sangat kontinyu. Hasil eksperimen memperlihatkan bahwa ketidakstabilan secara numeris sering kali muncul bilamana digunakan tanpa efek *nugget*. Model *Exponential*, rumus [6]:

$$\gamma(h) = C \left( 1 - e^{-\frac{|h|}{a}} \right) \quad (4)$$

*Range* ( $a$ ) praktis untuk model ini adalah  $3a$ , karena nilai ini adalah jarak ketika nilai batas mencapai 95%. Dibandingkan dengan model *spherical*, model *eksponensial* pada awalnya meningkat lebih cepat, mengarah pada sill, dan tidak mencapai nilai tersebut.

Metode *point kriging* menaksirkan suatu titik yang tidak tersampel berdasarkan titik-titik data tersampel yang berada di sekitarnya dengan mempertimbangkan dari hasil korelasi spasial dengan interpolasi yang menghasilkan prediksi atau estimasi tak bias yang disebut juga sebagai *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE) [2].

Estimasi memakai *point kriging* perlu memperhatikan sebagai berikut: Nilai estimasi dengan persamaan [6]:

$$Z^* = \sum_{i=1}^n w_i \cdot Z_i \quad (5)$$

Bobot atau  $w_i$  dapat diselesaikan dengan persamaan [6] :

$$\sum_{i=1}^n w_i \cdot \bar{\gamma}(v, v) + \mu = \bar{\gamma}(v, V) \quad (6)$$

Sedangkan variansi kriging [6] dapat dinyatakan dalam persamaan sebagai berikut :

$$\sigma_K^2 = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \bar{\gamma}(v, V) - \bar{\gamma}(V, V) + \mu \quad (7)$$

Pemeriksaan ulang (*cross validation*) digunakan untuk membandingkan hasil estimasi dan nilai data sebenarnya di lokasi yang sama [5].

**3. HASIL DAN ANALISIS**

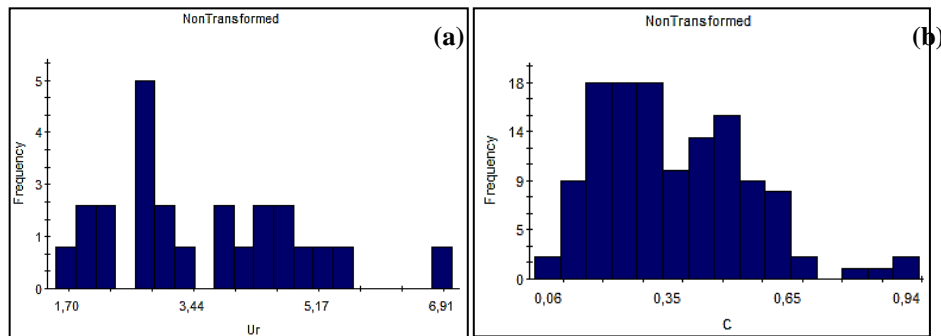
**3.1. Analisis Statistik Deskriptif**

Karakteristik pada masing-masing variabel baik primer atau sekunder memiliki perbedaan masing-masing. Perlunya analisis statistik secara deskriptif digunakan untuk mengetahui karakteristik masing-masing variabel yang digunakan. Hasil analisis statistik deskriptif dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Analisis statistik deskriptif data variabel

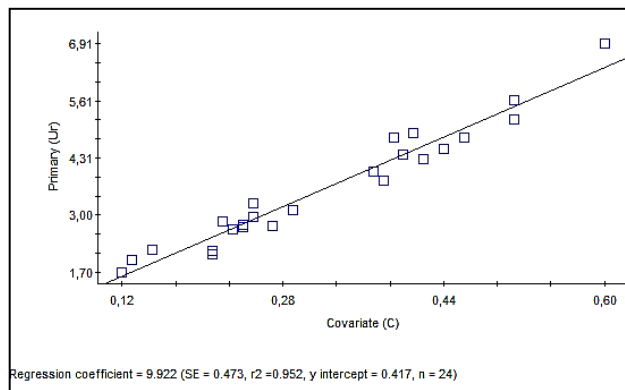
Parameter	Variabel Primer (Ur)	Variabel Sekunder (C)
Nilai Maksimum	6,91	0,94
Nilai Minimum	1,70	0,06
Mean	3,600	0,369
Variance	1,76783	0,03225
Std. Dev	1,330	0,180
Skewness	0,60	0,71
Kurtosis	-0,30	0,27

Kemudian distribusi statistik dari data variabel yang digunakan dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Frekuensi masing-masing data variabel (a) primer; (b) sekunder

Dari hasil regresi antar kedua variabel ( Ur dan *Covariate* ) maka didapat korelasi yang baik dengan nilai  $R^2 = 0,952$  (Gambar 2).



Gambar 2. Regresi antar kedua variabel

**3.2. Estimasi Nilai Point Kriging dan Point Co-Kriging**

Estimasi dengan *point kriging* dan *point co-kriging* dilakukan dengan 2 arah orientasi yaitu *isotropic* dan *anisotropic*. Analisis digunakan 4 model variogram berbeda dan mencari model yang terbaik untuk dilakukan estimasi berdasarkan nilai regresi maupun standar galat (*error*) dari masing-masing model. Validasi yang dilakukan dengan menggunakan validasi silang (*cross validation*) yang dapat menampilkan hasil dari SE, SE Prediction, dan  $R^2$  tiap model variogramnya.

Tabel 2. Hasil pemodelan dan validasi *kriging* orientasi *isotropic*

Model	Co	Sill	Range	Koef Reg	SE	SE Pred	R <sup>2</sup>
Linier	0,07751	0,24583	65,8	-2.658	1.125	1.187	0,203
Spherical	0,0678	0,2456	83,3	0.786	0,361	1.206	0,177
Exponensial	0,0423	0,2676	37,3	1.091	0,745	1.269	0,089
Gaussian	0,0818	0,2236	31,6	-0.096	1.061	1.329	0.000

Tabel 3. Hasil pemodelan dan validasi *kriging* orientasi *anisotropic*

Model	Co	Sill	Range Major	Range Minor	Koef Reg	SE	SE Pred	R <sup>2</sup>
Linier	0.051	0.399	100.080	100.0	0.805	0.374	1.208	0.174
Spherical	0.027	0.375	119.300	119.200	0.760	0.343	1.202	0.183
Exponensial	0.033	0.381	63.320	63.320	0.805	0.374	1.208	0.174
Gaussian	0.067	0.415	60.920	60.910	0.704	0.319	1.203	0.181

Dari data pada Tabel 3 & 4, menunjukkan model terbaik untuk metode *kriging* yaitu model spherical dimana hasil pengolahan data menunjukkan model spherical memiliki SE, SE Prediction, dan R<sup>2</sup> paling baik diantara model yang lain. Tetapi untuk orientasi yang paling baik untuk data yang digunakan yaitu terletak pada orientasi *isotropic* dimana nilai SE = 0,0361, SE Prediction = 1,206, dan R<sup>2</sup> = 0,117.

Dari data pada Tabel 4 & 5, menunjukkan model terbaik untuk metode *co-kriging* yaitu model exponensial dimana hasil pengolahan data menunjukkan model exponensial memiliki SE, SE Prediction, dan R<sup>2</sup> paling baik diantara model yang lain. Tetapi untuk orientasi yang paling baik untuk data yang digunakan yaitu terletak pada orientasi *isotropic* dimana nilai SE = 0,021, SE Prediction = 0,105, dan R<sup>2</sup> = 0,994.

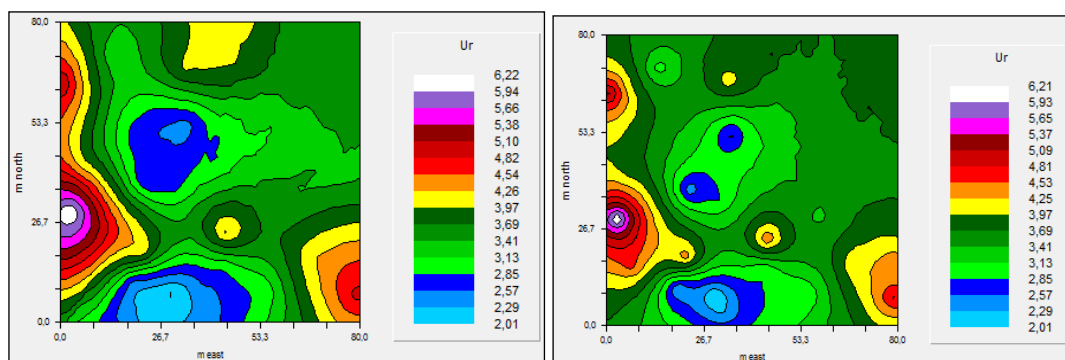
Jika dibandingkan dari kedua metode yang digunakan, diketahui bahwa metode *co-kriging* memiliki hasil yang lebih baik dibandingkan dengan metode *kriging*. Hal ini disebabkan karena adanya pengaruh variabel sekunder pada pengolahan data *co-kriging* sehingga hasil yang didapat menjadi lebih akurat dibandingkan dengan metode *kriging* yang hanya menggunakan satu variabel saja (variabel primer). Kemudian untuk arah orientasi, dari hasil menunjukkan bahwa baik *kriging* maupun *co-kriging* memiliki hasil yang sama yaitu orientasi *isotropic* memiliki nilai paling kecil yaitu dilihat dari SE = 0,361 untuk *kriging* dan SE = 0,021 untuk *co-kriging*.

Tabel 4. Hasil pemodelan dan validasi *co-kriging* orientasi *isotropic*

Model	Co	Sill	Range	Koef Reg	SE	SE Pred	R <sup>2</sup>
Linier	0,07751	0,24583	65,8	7.198	2,78	1.164	0,233
Spherical	0,0678	0,2456	83,3	1.249	0,053	0,259	0,962
Exponensial	0,0423	0,2676	37,3	1.248	0,021	0,105	0,994
Gaussian	0,0818	0,2236	31,6	1.471	0,027	0,114	0,993

Tabel 4. Hasil pemodelan dan validasi *co-kriging* orientasi *anisotropic*

Model	Co	Sill	Range Major	Range Minor	Koef Reg	SE	SE Pred	R <sup>2</sup>
Linier	0.051	0.399	100.080	100.0	7.337	2.784	1.159	0.240
Spherical	0.027	0.375	119.300	119.200	1.283	0.069	0.327	0.940
Exponensial	0.033	0.381	63.320	63.320	1.202	0.037	0.188	0.980
Gaussian	0.067	0.415	60.920	60.910	1.314	0.174	0.702	0.721



Gambar 3. Hasil data; model spherical *kriging* (kiri) dan model eksponensial *co-kriging* (kanan)

#### 4. KESIMPULAN

Berdasarkan pengolahan dan analisis data yang dilakukan, didapat kesimpulan sebagai berikut :

1. Berdasarkan parameter regresi linier aplikasi *co-kriging* dengan metode estimasi *point kriging* pada variabel yang diuji menghasilkan model terbaik pada metode *kriging* yaitu model spherical dan *co-kriging* yaitu eksponensial.
2. Hasil pengolahan menunjukkan dari kedua metode yang digunakan didapat bahwa metode *co-kriging* lebih baik dibandingkan dengan metode *kriging* dilihat dari parameter regresi  $R^2$  dimana nilai *co-kriging* 0,994 yang lebih mendekati 1 sehingga lebih akurat.
3. Sebaran data taksiran dari analisis yang dilakukan menunjukkan bahwa orientasi *isotropic* pada kedua metode memiliki parameter yang lebih baik dimana galat (*error*) paling kecil yaitu dilihat dari  $SE = 0,361$  untuk *kriging* dan  $SE = 0,021$  untuk *co-kriging*.

#### UCAPAN TERIMAKASIH

Terimakasih kepada saudara Andesta Granitio dan Saudari Listiyawati yang telah membantu dalam penulisan makalah ini, sehingga makalah ini dapat terselesaikan sesuai harapan.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] B. I. Harman, H. Koseoglu, and C. O. Yigit, "Performance evaluation of IDW, Kriging and multiquadric interpolation methods in producing noise mapping": A case study at the city of Isparta, Turkey. *Applied Acoustics*, 2016; 112, pp. 147-157.
- [2] Guskarnali, "Metode Point Kriging Untuk Estimasi Sumberdaya Bijih Besi (Fe) Menggunakan Data Assay (3D)." *Promine Journal*, 2016; 4 (2), pp. 13-20.
- [3] W. S. Bargawa, A. Rauf, and N. A. Amri, "Gold resource modeling using pod indicator kriging." *Progress in Applied Mathematics in Science and Engineering Proceedings. AIP Conf. Proc.* 2016; 1705, pp. 020025-1-120025-8.
- [4] I. Zulkarnain and W. S. Bargawa, "Classification of coal resources using drill hole spacing analysis (DHSA)," *Journal of Geological Resource and Engineering*, 2018; 6, pp. 151-159.
- [5] K. Kang, C. Qin, B. Lee, and I. Lee, "Modified screening-based kriging method with cross-validation and application to engineering design." *Applied Mathematical Modelling*, 2019; 70, pp. 626-642.
- [6] V. Senapathi, and C. R. Paramasivam, "An introduction to various spatial analysis techniques," in *GIS and Geostatistical Techniques for Groundwater Science*, 2019, pp. 23-30.
- [7] W. S. Bargawa, R. F. Tobing, "Iron Ore Resource Modeling and Estimation Using Geostatistics", *AIP Conf. Proc.* 2019, Corrected proof, In Press.
- [8] W. S. Bargawa, "Mineral resources estimation using weighted jackknife kriging." *Advances of Science and Technology for Society. AIP Conf. Proc.* 2016; 1755, pp. 120001-120006.
- [9] W. S. Bargawa, "Weighted jackknife ordinary kriging - problem solution of the precision in mineral resources estimation," *IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science* 2018; 212 (012059), pp.1-9.
- [10] W. S. Bargawa, "Mineral resources estimation based on block modeling." *Progress in Applied Mathematics in Science and Engineering Proceedings. AIP Conf. Proc.* 2016; 1705, pp. 020001-1-020001-8.
- [11] Yalcin, E, "Cokriging and Its Effect On The Estimation Precision." *The Jurnal of The South African Institut of Mining and Metallurgy.* 2005; 105.