

## Optimisasi Pendistribusian Produk PT.ABC dengan PLMOFI dan LINGO v17

Joko Riyono<sup>1</sup>, Christina Eni Pujiastuti<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Jurusan Teknik Mesin ,Universitas Trisaki

<sup>2</sup> Jurusan Teknik Mesin ,Universitas Trisaki

Korespondensi : jokoriyono@yahoo.com

### ABSTRAK

Perencanaan transportasi pendistribusian produk dan pembiayaannya merupakan suatu model transportasi dengan multi objektif fuzzy saling konflik. Bagaimana membuat keputusan optimal merupakan salah satu masalah penting yang sering menjadi masalah rumit bagi manajemen perusahaan. Metode Program Linier Multi objektif fuzzy interaktif atau PLMOFI dapat digunakan untuk memecahkan perencanaan transportasi pendistribusian produk dan pembiayaannya. Dalam artikel ini dikembangkan model dalam pendistribusian produk PT ABC dengan menggunakan PLMOFI yang bertujuan untuk menentukan distribusi produk yang meminimalkan biaya produksi dan transportasi perunit serta total waktu pengiriman dari tiap sumber produksi ketempat tujuan pemasaran menggunakan software LINGO v17.

Kata kunci: model transportasi, Program Linier Multi Objektif Fuzzy Interaktif, Program LINGO v17.

### ABSTRACT

*Transportation planning of product distribution and financing is a transportation model with multi objective fuzzy conflicts. How to make optimal decisions is one of the important problems that often becomes a complicated problem for company management. Linear Programming Method Multi-purpose interactive fuzzy or PLMOFI can be used to solve transportation planning for product distribution and financing. PLMOFI which aims to determine the distribution of products that minimize the cost of production and transportation of the unit and the total delivery time from each source of production to the place of marketing purposes using the LINGO v17 software.*

*Keywords: transportation model, Multi Objective Fuzzy Interactive Program, LINGO v17 Program.*

### 1. PENDAHULUAN

Pendistribusian hasil produksi yang diproduksi perusahaan ke konsumen merupakan permasalahan yang cukup penting saat ini. Dengan adanya jaringan distribusi dan pengelolaan perancangan distribusi yang baik diharapkan produk-produk yang dihasilkan suatu perusahaan akan sampai ketangan konsumen dengan tepat waktu meski lokasi konsumen dengan pabrik cukup jauh jaraknya, sehingga kerusakan produk sebelum sampai ketangan konsumen dapat dihindari. Pengelolaan perencanaan distribusi barang sangat berguna baik untuk perusahaan berskala besar, menengah maupun kecil, diantaranya karena pada umumnya perusahaan memiliki lebih dari satu pabrik yang mengirimkan barang ke lebih dari satu tujuan seperti gudang, ritel, konsumen dan lain sebagainya. Sebelum sampai ke tangan konsumen, barang-barang tersebut telah melalui berbagai proses, antara lain proses produksi dan distribusi. Dalam proses produksi, perusahaan mempunyai tujuan agar biaya produksi sekecil mungkin. Demikian juga dalam hal distribusi, perusahaan mempunyai tujuan agar biaya dan waktu pengiriman barang dari sumber (pabrik) ke tujuan (gudang) akan seminimal mungkin. Untuk mencapai tujuan-tujuan tersebut tidaklah mudah, hal ini dikarenakan dibutuhkan data yang akurat. Namun beberapa data masukan dalam perencanaan distribusi yang diperoleh sering bukan data akurat dan tidak tersedia secara lengkap serta diketahui dengan pasti seperti tentang jumlah barang yang diproduksi, jumlah barang yang harus dikirim untuk memenuhi kebutuhan daerah tertentu, maupun waktu pengiriman yang tidak pasti karena adanya hambatan-hambatan yang saling konflik yaitu jika biaya transportasi minimum dibutuhkan waktu pengiriman yang lama, sebaliknya jika waktu pengirimannya minimum, transportasinya membutuhkan biaya yang cukup besar. [2] Memberikan konsep teori penerapan PLMOFI pada keputusan perencanaan transportasi. Dalam artikel ini akan dibahas metode menentukan solusi kompromi atau solusi optimal dari masalah transportasi multi obyektif saling konflik yaitu menentukan distribusi produk yang meminimalkan biaya produksi dan transportasi perunit serta total waktu pendistribusian produk susu kotak kemasan produksi PT ABC dengan bantuan program LINGO.

## 2. METODE PENELITIAN

### 2.1 Metode Pengumpulan Data

Pengumpulan data dilakukan berdasarkan studi literatur dan sumber lain yang berkaitan dengan pokok permasalahan artikel ini. Data yang digunakan adalah data yang didapat dari PT ABC yang meliputi :

- Biaya produksi/unit dari tiap produk di tiap pabrik..
- Biaya transportasi/unit produk dari tiap pabrik ke tujuan
- Lamanya waktu yang dibutuhkan untuk transportasi /unit dari tiap produk ke tujuan
- Jumlah penawaran produk dari tiap pabrik
- Jumlah permintaan produk dari tiap tujuan

### 2.2 Metode Analisis Data

Model transportasi merupakan salah satu model khusus masalah program linier dimana baik fungsi objektif maupun fungsi kendalanya berbentuk linier di samping itu kendalanya harus memenuhi nilai tertentu berdasarkan penawaran (supply) dan permintaan (demand). Masalah transportasi dengan m sumber ,n tujuan dan multi fungsi objektif fuzzy dapat dirangkum dalam model sebagai berikut:

:

- Mencari  $x_{ij} \geq 0$
- Meminimalkan fungsi multi objektif fuzzy

$$Z_k = \sum \sum c_{ij} x_{ij}, k=1,2,3,\dots,p$$

Dengan kendala

- $\sum_{j=1}^n x_{ij} = b_i$
- $\sum_{i=1}^m x_{ij} = a_j$

Pada umumnya solusi yang secara simultan meminimalkan semua fungsi objektif  $Z_k=1,2,3,4,\dots,p$  (solusi optimal lengkap) susah ditemukan terutama untuk fungsi objektif yang saling konflik. Fungsi objektif dikatakan saling konflik jika solusi optimal untuk beberapa fungsi objektif yang didapat secara individu ternyata bukan solusi optimal untuk fungsi objektif yang lain. Pada artikel ini akan dibahas kasus untuk 2 fungsi objektif yang saling konflik pada masalah transportasi setimbang dengan  $Z_1$ =biaya transportasi total dan  $Z_2$ =waktu total pengiriman barang. Model Transportasi dengan multi objektif fungsi saling konflik dapat diselesaikan dengan PLMOFI. Langkah solusi dengan PLMOFI untuk kasus ini adalah:

1. Bentuk fungsi goal  $G=Z_1$ , fungsi constrain  $C=Z_2$ , fungsi decision D dari fungsi objektif dengan  $D=G \cap C$ .
2. Hitung nilai optimal (Maksimum dan Minimum) dari masing masing fungsi objektif masalah transportasi dalam hal ini  $Z_1$  dan  $Z_2$ .
3. Merumuskan fungsi keanggotaan linier dari masing masing fungsi objektif sebagai berikut:

$$\mu_k(Z_k(x)) = \begin{cases} 0, & u/ Z_k(x) > Z_k^0 \\ \frac{Z_k^0 - Z_k}{Z_k^0 - Z_k^1}, & u/ Z_k^1 \leq Z_k(x) \leq Z_k^0 \\ 1, & u/ Z_k(x) \leq Z_k^1 \end{cases}$$

4. Gunakan fungsi keanggotaan linier untuk memformulasikan masalah transportasi awal menjadi :  
Maks min  $\{\mu_k(Z_k(x))\}, k=1,2,3,\dots,p$  dengan kendala kendala:

- $\sum_{j=1}^n x_{ij} = b_i, i=1,2,3,\dots,m$
- $\sum_{i=1}^m x_{ij} = a_j, j=1,2,3,\dots,n$

Dengan menggunakan variabel bantu  $\alpha$ , masalah ini dapat diselesaikan sebagai masalah PL sebagai berikut

- Memaksimumkan  $\alpha$
- Dengan kendala:

$$\alpha \leq \mu_k(Z_k(x)), k=1,2,3,\dots,p$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = b_i, i=1,2,3,\dots,m$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = a_j, j=1,2,3,\dots,n$$

$$x_{ij} \geq 0$$

5. Menyelesaikan masalah LP yang diperoleh dilangkah 4 untuk mendapatkan solusi kompromi awal.
6. Jika pengambil keputusan merasa puas dengan solusi kompromi awal yang diperoleh maka proses perhitungan berhenti. Tetapi jika tidak, maka proses kembali ke tahap 3.

### 3. HASIL DAN ANALISIS

Pada Perusahaan PT .ABC bergerak produksi susu kemasan memiliki 4 pabrik dan mempunyai 5 pusat distribusi. Tabel 1. merangkum data pokok dari permasalahan perusahaan tersebut. Tiap sel berisi data biaya transportasi dari tiap pabrik ke tiap pusat distribusi dan lamanya waktu yang dibutuhkan untuk membawa tiap unit produksi.

Tabel 1: Data pokok masalah transportasi PT ABC  
Sumber: PT.ABC data 2015

| Sumber       | Distribusi 1 | Distribusi 2 | Distribusi 3 | Distribusi 4 | Distribusi 5 | Supply(ribu) |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Pabrik 1     | \$10/5jam    | \$15/8jam    | \$12/10jam   | \$10/15jam   | \$10/10jam   | 20           |
| Pabrik 2     | \$8/12jam    | \$15/10jam   | \$14/8jam    | \$14/12jam   | \$8/12jam    | 25           |
| Pabrik 3     | \$14/10jam   | \$15/8jam    | \$10/8jam    | \$20/10jam   | \$14/12jam   | 30           |
| Pabrik 4     | \$8/10jam    | \$15/8jam    | \$15/10jam   | \$14/8jam    | \$20/10jam   | 25           |
| Demand(ribu) | 15           | 35           | 25           | 15           | 10           | 100          |

Terlihat bahwa suplai yang tersedia dari pabrik pertama adalah 20.000 unit perkiraan permintaan dari pusat distribusi pertama 15.000 unit, biaya transportasi dan waktu pengiriman per unit dari pabrik pertama ke pusat distribusi pertama masing masing \$10 dan 5 jam. Biaya produksi per unit adalah \$2 di pabrik pertama, \$1 di pabrik kedua, \$2 di pabrik ketiga, dan \$1 di pabrik keempat. Berdasarkan data tabel di atas dapat diformulasikan model matematika masalah transportasi sebagai berikut:

- Mencari  $x_{ij} \geq 0, i=1,2,3,4, j=1,2,3,4,5$

- Meminimalkan:

fungsi biaya produksi dan transportasi total:

$$Z_1 \cong \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 (p_{ij} + c_j) x_{ij}$$

Waktu pengiriman total:

$$Z_2 \cong \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 t_{ij} x_{ij}$$

Dengan kendala

- $\sum_{j=1}^5 x_{ij} = b_i, i = 1,2,3,4$
- $\sum_{i=1}^4 x_{ij} = a_j, j = 1,2,3,4,5$

Dengan:

$Z_1$  =biaya produksi dan transportasi total (\$)

$Z_2$  =waktu pengiriman total (jam)

$x_{ij}$  =unit barang yang dikirim dari sumber i ke tujuan j(unit)

$p_{ij}$  =biaya produksi/unit dari sumber i ke tujuan j(\$/unit)

$c_{ij}$  =biaya transportasi /unit dari sumber i ke tujuan j (\$/unit)

$t_{ij}$  =waktu transportasi /unit dari sumber i ke tujuan j (\$/unit)

Penyajian data masalah transportasi di atas tertuang dalam Tabel 2. untuk  $Z_1$  dan Tabel 3. untuk  $Z_2$

Tabel 2. Penyajian data masalah transportasi untuk  $Z_1$ 

| Sumber       | Distribusi 1 | Distribusi 2 | Distribusi 3 | Distribusi 4 | Distribusi 5 | Supply(ribu) |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Pabrik 1     | 12           | 17           | 14           | 12           | 12           | 20           |
| Pabrik 2     | 9            | 16           | 15           | 15           | 9            | 25           |
| Pabrik 3     | 16           | 17           | 12           | 22           | 16           | 30           |
| Pabrik 4     | 9            | 16           | 16           | 15           | 21           | 25           |
| Demand(ribu) | 15           | 35           | 25           | 15           | 10           | 100          |

Tabel 3. Penyajian data masalah transportasi untuk  $Z_2$ 

| Sumber       | Distribusi 1 | Distribusi 2 | Distribusi 3 | Distribusi 4 | Distribusi 5 | Supply(ribu) |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Pabrik 1     | 5            | 8            | 10           | 15           | 10           | 20           |
| Pabrik 2     | 12           | 10           | 8            | 12           | 12           | 25           |
| Pabrik 3     | 10           | 8            | 8            | 10           | 12           | 30           |
| Pabrik 4     | 10           | 8            | 10           | 8            | 10           | 25           |
| Demand(ribu) | 15           | 35           | 25           | 15           | 10           | 100          |

Penyelesaian untuk kasus ini dengan program linier fuzzy adalah sebagai berikut:

- Dibentuk Fuzzy Goal  $G = Z_1$  dan Fuzzy constraint  $C = Z_2$
- Menghitung nilai mak dan min dari  $Z_1$  dan  $Z_2$  menggunakan software Lingo diperoleh hasil:

Objective value  $Z_1$  Max : 1750.000

Variable Value

X11 0.000000  
 X12 20.000000  
 X13 0.000000  
 X14 0.000000  
 X15 0.000000  
 X21 0.000000  
 X22 15.000000  
 X23 10.000000  
 X24 0.000000  
 X25 0.000000  
 X31 15.000000  
 X32 0.000000  
 X33 0.000000  
 X34 15.000000  
 X35 0.000000  
 X41 0.000000  
 X42 0.000000  
 X43 15.000000  
 X44 0.000000  
 X45 10.000000

Objective value  $Z_1$  Min: 1275.000

Variable Value

X11 0.000000  
 X12 5.000000  
 X13 0.000000  
 X14 15.000000  
 X15 0.000000  
 X21 15.000000  
 X22 0.000000  
 X23 0.000000  
 X24 0.000000  
 X25 10.000000  
 X31 0.000000  
 X32 5.000000  
 X33 25.000000  
 X34 0.000000

|     |           |
|-----|-----------|
| X35 | 0.000000  |
| X41 | 0.000000  |
| X42 | 25.000000 |
| X43 | 0.000000  |
| X44 | 0.000000  |
| X45 | 0.000000  |

Objective value Z<sub>2</sub> Max: 1075.000

Variable Value

|     |           |
|-----|-----------|
| X11 | 0.000000  |
| X12 | 5.000000  |
| X13 | 0.000000  |
| X14 | 15.000000 |
| X15 | 0.000000  |
| X21 | 15.000000 |
| X22 | 10.000000 |
| X23 | 0.000000  |
| X24 | 0.000000  |
| X25 | 0.000000  |
| X31 | 0.000000  |
| X32 | 20.000000 |
| X33 | 0.000000  |
| X34 | 0.000000  |
| X35 | 10.000000 |
| X41 | 0.000000  |
| X42 | 0.000000  |
| X43 | 25.000000 |
| X44 | 0.000000  |
| X45 | 0.000000  |

Objective value Z<sub>2</sub> Min: 775.0000

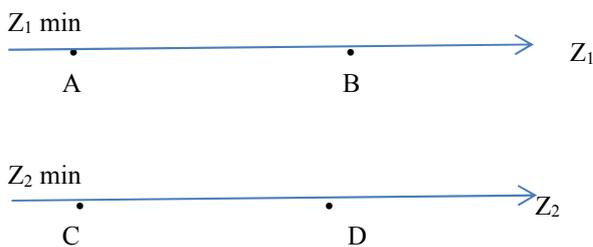
Variable Value

|     |           |
|-----|-----------|
| X11 | 15.000000 |
| X12 | 0.000000  |
| X13 | 0.000000  |
| X14 | 0.000000  |
| X15 | 5.000000  |
| X21 | 0.000000  |
| X22 | 0.000000  |
| X23 | 25.000000 |
| X24 | 0.000000  |
| X25 | 0.000000  |
| X31 | 0.000000  |
| X32 | 30.000000 |
| X33 | 0.000000  |
| X34 | 0.000000  |
| X35 | 0.000000  |
| X41 | 0.000000  |
| X42 | 5.000000  |
| X43 | 0.000000  |
| X44 | 15.000000 |
| X45 | 5.000000  |

Dari hasil diatas terlihat Z<sub>1</sub> min =1.275 dicapai untuk x<sup>\*</sup>=(0,5,0,15,0,15,0,0,0,10,0,5,25,0,0,0,25,0,0,0) untuk nilai ini Z<sub>2</sub>(x<sup>\*</sup>)=1.005 bukan nilai minimum dari Z<sub>2</sub>.

dan untuk Z<sub>2</sub> min=775 dicapai untuk x<sup>\*\*</sup>=(15,0,0,0,5,0,0,25,0,0,0,30,0,0,0,0,5,0,15,5)

Di nilai x ini Z<sub>1</sub>(x<sup>\*\*</sup>)=1535 bukan nilai minimum dari Z<sub>1</sub>.sehingga terjadi konflik atau berlawanan .Hubungan antara Z<sub>1</sub> dan Z<sub>2</sub> dapat digambarkan seperti gambar berikut:



Gambar 1. Hubungan antara  $Z_1$  dan  $Z_2$ 

$$A=Z_1(x^*)=Z_1\min=1.275, B=Z_1(x^{**})=1.535$$

$$C=Z_2(x^*)=Z_2\min=775, D=Z_2(x^{**})=1.005$$

Terlihat untuk pola pendistribusian  $x^*$  menghasilkan  $Z_1$  minimum tetapi dengan  $Z_2$  yang tidak minimum. Sebaliknya untuk pola pendistribusian  $x^{**}$  menghasilkan  $Z_2$  minimum tetapi dengan  $Z_1$  yang tidak minimum. Oleh karena itu akan dicari solusi kompromi minimum secara simultan yaitu total biaya transportasi dan produksi sebesar  $a$ ,  $A < a < B$  dan total lama waktu pengiriman sebesar  $b$ ,  $C < b < D$  yang memenuhi ;  $a - A < b - C$  atau  $b - C < a - A$  atau  $a - A = b - C$ .

Solusi kompromi untuk:

$$a - 1.275 < b - 775, \text{ dibuat interval } A \leq Z_1 \leq E$$

$$A = 1275 = Z_1^1, E = 1375, F = n \leq Z_2 \leq G - n$$

$$F = D - 1 = 1005 - 1 = 1004, G = 1104$$

$$Z_2^1 = 1004 - 40 \approx 964$$

$$Z_2^0 = 1104 - 40 \approx 1064$$

$$\mu_1(Z_1(x)) = \frac{Z_1^0 - Z_1}{Z_1^0 - Z_1^1} = \frac{1375 - Z_1}{1375 - 1275}$$

$$\mu_1(Z_1(x)) = \frac{Z_2^0 - Z_2}{Z_2^0 - Z_2^1} = \frac{1064 - Z_2}{1064 - 964}$$

Langkah berikutnya memodelkan kasus diatas dengan memunculkan variabel pelengkap  $\alpha$  dalam bentuk PL dengan fungsi obyektif tunggal sebagai berikut:

Memaksimalkan  $\alpha$

Dengan kendala kendala sebagai berikut:

$$\alpha \leq \frac{1375 - Z_1}{100}$$

$$\alpha \leq \frac{1064 - Z_2}{100}$$

$$\sum_{j=1}^5 X_{ij} = b_i$$

$$\sum_{i=1}^3 X_{ij} = a_j$$

$X_{ij} \geq 0$  Menggunakan progam LINGO diperoleh solusi kompromi :

| Variable | Value     |
|----------|-----------|
| $\alpha$ | 0.8775000 |
| X11      | 5.375000  |
| X12      | 0.000000  |
| X13      | 0.000000  |
| X14      | 14.62500  |
| X15      | 0.000000  |
| X21      | 9.625000  |
| X22      | 5.000000  |
| X23      | 0.000000  |
| X24      | 0.3750000 |
| X25      | 10.00000  |
| X31      | 0.000000  |
| X32      | 5.000000  |
| X33      | 25.00000  |
| X34      | 0.000000  |
| X35      | 0.000000  |
| X41      | 0.000000  |
| X42      | 25.00000  |
| X43      | 0.000000  |
| X44      | 0.000000  |
| X45      | 0.000000  |

Dari hasil di atas diperoleh Nilai minimum kompromi yaitu:  
 $a=Z_1=1287,25$  dan  $b=Z_2=976,25$  .

#### 4. KESIMPULAN

Berdasarkan uraian pada hasil dan pembahasan diatas dapat disimpulkan untuk solusi PL pola pendistribusian Produk PT ABC komposisi  $x^*$  menghasilkan  $Z_1$  biaya total transportasi dan produksi minimum sebesar 1.275 tetapi dengan  $Z_2$  lama pengiriman sebesar 1.005 yang tidak minimum. Sebaliknya untuk pola pendistribusian  $x^{**}$  menghasilkan  $Z_2$  minimum sebesar 775 tetapi dengan  $Z_1$  sebesar 1535 yang tidak minimum, dengan PLMOFI diperoleh solusi kompromi untuk keduanya  $Z_1=1287,25$  dan  $Z_2=976,25$ . Solusi yang diperoleh tergantung kepada goal yang hendak dicapai oleh bagian pembuat kepentingan oleh karena itu dapat dibuat goal goal lain sesuai dengan keperluan dengan menyesuaikan batas batas interval nilai minimum dan maksimum dari fungsi objektif.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Hillier, Lieberman, Introduction to Operations Research, seventh edition, Mc Graw-Hill International editions. S
- [2] Suroso, Penerapan Progam Linear Multi Objektif Fuzzy Interaktif Pada keputusan perencanaan Transportasi, Thesis S2 UGM, Yogyakarta. 2012.
- [3] Winston, W.L, Operations Research Applications and algorithms, edisi ketiga, International Thomson Publishing, California; 1994